Applications

DEUG MIAS 1999-2000

Dans toute la suite f et g sont des applications de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Exercice 1 : Déterminer $f \circ g$ et donner les ensembles de définition des trois fonctions en jeu.

* $f(x) = \dfrac{\tan x}{x^2 + 4x + 4}$ et $g(x) = \cos x$
* $f(x) = 2 \ln x$ et $g(x) = e^{1/x}$
* $f(x) = \sqrt{x-1}$ et $g(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$

Exercice 2 : Déterminer f connaissant g et $f \circ g$.

* $f \circ g(x) = \sin x$ et $g(x) = \tan \dfrac{x}{2}$
* $f \circ g(x) = \cos 2x$ et $g(x) = \sin^2 x$

Exercice 3 : Pour toutes les fonctions précédentes dites si elles sont injectives, surjectives ou bijectives.

Exercice 4 : On définit la fonction f :

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{2x}{1+x^2} \end{array}$$

4.a Pour tout $y \in \mathbb{R}$ trouver $f^{-1}(\{y\})$.

4.b f est elle injective, surjective, bijective ?

4.c f peut elle etre rendue injective, surjective, bijective ?

Exercice 5 : Soit h définit par :

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{N} \times \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ (p,q) & \mapsto & \dfrac{(p+q)(p+q+1)}{2} + p \end{array}$$

Montrer que h est une bijection.