$\boxed{\textbf{Fonctions usuelles I}}$

DEUG MIAS 1999-2000 TD 8

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes, d'inconnues $x \in \mathbb{R}$:

1.a $3^{2x} - 2^{x+1/2} = 2^{x+7/2} - 3^{2x-1}$

1.b $\begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^2 & e^{-x} \\ e^2 & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{-4} \end{vmatrix}$

1.c $\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$

Exercice 2 : Pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$ on note $f_\alpha : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \exp(\alpha x) \end{array}$; Montrer que pour tout n-uplet $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ de réelle, si on a $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ réelles telle que $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_{\alpha_i} = 0$ alors $\lambda_1 = \cdots = \lambda_n = 0$ (on dit dans ce cas que la famille $(f_\alpha)_{\alpha \in \mathbb{R}}$ est libre).

Exercice 3 : Simplifier $\ln \sqrt{\dfrac{1 + \tanh x}{1 - \tanh x}} - x$ où $\tanh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.