

## Vecteurs du plan et de l'espace

DEUG MIAS 2000-2001. TD OMS 2

**Exercice 1 :** Soient les vecteurs  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j}$   
calculer  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{i}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $(\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$

**Exercice 2 :** On considère les vecteurs  $\vec{V}_1(1, -2, 5)$ ,  $\vec{V}_2(2, -\frac{3}{2}, a)$ . Déterminer le réel  $a$  pour que  $\vec{V}_1$  soit orthogonal à  $\vec{V}_2$ .

**Exercice 3 :** On considère les trois points  $O(0,0,0)$ ,  $A(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3+\sqrt{3}}{2})$  et  $B(2,2,2)$ . Calculer :  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ ,  $\|\vec{OA}\|$ ,  $\|\vec{OB}\|$  et  $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$ . Quelle est la nature du triangle  $OAB$ ?

**Exercice 4 :**

**4.a** Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points  $A(1,2)$  et  $B(4,1)$ . Quelle est l'aire du triangle  $OAB$ ?

**4.b** Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points  $A(1,2,3)$ ,  $B(4,1,2)$  et  $C(2,5,1)$ . Calculer les composantes du vecteur  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  et l'aire du triangle  $ABC$ .

**Exercice 5 :** Représenter les ensembles suivants:

$$E_1 = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x + y \leq 1, y > 0\}$$

$$E_2 = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y + 1 \geq 0, x \leq 0, y \leq 0\}$$

$$E_3 = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x + y| \leq 1, |x - y| \leq 1\}.$$

**Exercice 6 :** Soit  $\vec{r}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ ,  $\vec{r}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$  et  $\vec{r}_3 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$ , les positions des points  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  et  $P_0(x_0, y_0)$ .

**6.a** Trouver l'équation de la droite  $D$  qui passe par  $P_1$  et  $P_2$ . Quel est le vecteur directeur de cette droite? Quel est le vecteur normal  $\vec{n}$ ?

**6.b** Trouver l'équation de la droite  $D'$  passant par  $P_0$  et parallèle à  $D$ . Faire le calcul avec  $P_1(2,4)$ ,  $P_2(-2,7)$  et  $P_0(1,2)$ .

**Exercice 7 :**

**7.a** Soit  $D$  la droite d'équation  $y = 2x - 1$  et soit  $A$  le point  $(1,2)$ . Exprimer en fonction de  $x$  le carré de la distance du point  $A$  au point  $M(x, 2x - 1)$  sur la droite. Montrer que cette fonction admet un minimum et en déduire la distance  $d(A, D)$  du point  $A$  à la droite  $D$ , quelles sont les coordonnées de la projection  $H$  de  $A$  sur  $D$ ?

**7.b** Quel est le vecteur directeur de  $D$ ? Soit  $B$  le point  $(-1,1)$ , utiliser le calcul vectoriel pour trouver la distance de  $B$  à  $D$ .