Vecteurs du plan et de l'espace

DEUG MIAS 2000-2001. TD OMS 2

Exercice 1 : Soient les vecteurs $\overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ calculer $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}) \cdot \overrightarrow{b} - (\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c}$

Exercice 2 : On considère les vecteurs $\overrightarrow{V_1}(1, -2{,}5)$, $\overrightarrow{V_2}(2, -\frac{3}{2}, a)$. Déterminer le réel a pour que $\overrightarrow{V_1}$ soit orthogonal à $\overrightarrow{V_2}$.

Exercice 3 : On considère les trois points $O(0,0,0)$, $A(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3+\sqrt{3}}{2})$ et $B(2,2,2)$. Calculer : $\overrightarrow{0A} \cdot \overrightarrow{OB}$, $\|\overrightarrow{0A}\|$, $\|\overrightarrow{OB}\|$ et $\overrightarrow{A0} \cdot \overrightarrow{AB}$. Quelle est la nature du triangle OAB ?

Exercice 4 :

4.a Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points $A(1,2)$ et $B(4,1)$. Quelle est l'aire du triangle OAB ?

4.b Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points $A(1,2,3)$, $B(4,1,2)$ et $C(2,5,1)$. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et l'aire du triangle ABC.

Exercice 5 : Représenter les ensembles suivants:

$$\begin{aligned} E_1 &= \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x + y \leq 1, y > 0\} \\ E_2 &= \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y + 1 \geq 0, x \leq 0, y \leq 0\} \\ E_3 &= \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x + y| \leq 1, |x - y| \leq 1\}. \end{aligned}$$

Exercice 6 : Soit $\overrightarrow{r}_1 = x_1\overrightarrow{i} + y_1\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{r}_2 = x_2\overrightarrow{i} + y_2\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{r}_3 = x_0\overrightarrow{i} + y_0\overrightarrow{j}$, les positions des points $P_1(x_1,y_1)$, $P_2(x_2,y_2)$ et $P_0(x_0,y_0)$.

6.a Trouver l'équation de la droite D qui passe par P_1 et P_2. Quel est le vecteur directeur de cette droite? Quel est le vecteur normal $\overrightarrow{n}$?.

6.b Trouver l'équation de la droite D' passant par P_0 et parallèle à D. Faire le calcul avec $P_1(2,4)$, $P_2(-2,7)$ et $P_0(1,2)$.

Exercice 7 :

7.a Soit D la droite d'équation $y = 2x - 1$ et soit A le point $(1,2)$. Exprimer en fonction de x le carré de la distance du point A au point $M(x,2x-1)$ sur la droite. Montrer que cette fonction admet un minimum et en déduire la distance $d(A,D)$ du point A à la droite D, quelles sont les coordonnées de la projection H de A sur D ?

7.b Quel est le vecteur directeur de D? Soit B le point $(-1,1)$, utiliser le calcul vectoriel pour trouver la distance de B à D.