

Coniques et diverses coordonnées

DEUG MIAS 2000-2001. TD OMS 4

Exercice 1 : Une échelle posée contre un mur est modélisée (de profil) par un segment AB de longueur l . On y fixe un point P (un échelon par exemple) tel que la longueur $AP = \lambda$.

Le point A se déplace sur l'axe Ox (le sol) et le point B se déplace sur l'axe Oy (le mur). Déterminer l'équation de la courbe décrite par le point P ; En déduire que c'est une conique dont on déterminera la nature.

Exercice 2 :

2.a Déterminer la nature des coniques d'équations

* $x^2 + y^2 + 2x = 0$;

* $x^2 + y^2 + 2x = -1$.

2.b Déterminer, en fonction du paramètre λ , la nature de la conique d'équation $\lambda x^2 + y^2 - 2(\lambda + 1)x + 2\lambda y - \lambda = 0$.

Lorsqu'il s'agit d'une conique à centre, déterminer les coordonnées du centre. Quel courbe décrit le centre en fonction de λ ?

Exercice 3 : Déterminer les sommets et les couples foyer-directrice de l'hyperbole d'équation $y = 1/x$.

Exercice 4 : Soient a, b et c trois réels.

4.a En coordonnées polaires, que représentent les équations $\rho = a$ et $\theta = b$?

4.b En coordonnées cylindriques, que représentent les équations $\rho = a, \theta = b$ et $z = c$? Quelles sont les intersections de $\rho = a$ et $\theta = b$? De même pour $\rho = a$ et $z = c$?

4.c En coordonnées sphériques, que représentent les équations $r = a, \theta = b$ et $\phi = c$? Quelles sont les intersections de $r = a$ et $\theta = b$? De même pour $r = a$ et $\phi = b$?

Exercice 5 : Soit C le cercle d'équation $(x - 1)^2 + y^2 = 1$. Donner l'équation de C en coordonnées polaire ρ et ϕ .

Exercice 6 : Exprimer en coordonnées cylindriques l'équation du cône de glace, dont l'équation en coordonnées cartésiennes est $z = \sqrt{x^2 + y^2}$