

Systèmes dynamiques

DEUG SV 2000-2001. TD math. Semaine 6

Exercice 1 : Pour les fonctions f suivantes, calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$

1.a $f(x,y) = y^3 + xy - e^x$

1.b $f(x,y) = \log(x^2 + y^2)$

1.c $f(x,y) = \frac{x\sqrt{y}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

Exercice 2 : Donner les jacobiennes des fonctions suivantes

2.a $f(\rho,\theta) = (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$

2.b $f(x,y) = (\log(x^2 + 2xy + y^2), e^{x^3+y^2})$

Exercice 3 : On donne la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $f(x,y) = (x(1 - 3y), y(2x - 1))$.

3.a Quel est la jacobienne de f

3.b On veut à présent étudier les suites définies par

$$\begin{pmatrix} u_{n+1} \\ v_{n+1} \end{pmatrix} = f(u_n, v_n) = \begin{pmatrix} u_n(1 - 3v_n) \\ v_n(2u_n - 1) \end{pmatrix}$$

les données initiales (i.e. u_0 et v_0) étant connues. Pour cela on recherche les points de convergences éventuels, i.e. quels sont les points fixes de f ?

3.c Déterminer leur nature.