

## Systèmes dynamiques non linéaires.

DEUG SV 2000-2001. TD math. Semaine 6

**Exercice 1 :** On donne la fonction  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  définie par

$$f(x,y) = (111 - 1130/x + 3000/xy, x).$$

Montrer que  $f$  admet trois points fixes  $A(5,5)$ ,  $B = (6,6)$  et  $C = (100,100)$ . Étudier la stabilité de ces points.

**Exercice 2 :** On veut résoudre l'équation  $x'' + 4x' + 5x = 0$ . Pour cela on «pose»  $y = x'$  de sorte que l'on se ramène au système :

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -4y - 5x \end{cases}$$

Résoudre ce système et en déduire la solution de l'équation différentielle de départ avec  $x(0) = 1$  et  $x'(0) = 0$ .

**Exercice 3 :** Soit le système

$$\begin{cases} 4x' = 3x - y \\ 4y' = x + y \end{cases}$$

**3.a** Résoudre le système avec pour conditions initiales  $x(0) = 0$  et  $y(0) = 1$ .

**3.b** Que pouvez vous dire de la dynamique de ce système?

**Exercice 4 :** On étudie le système déterminé par

$$\begin{cases} x' = x^2 + y^2 - 1 \\ y' = x^2 - y^2 \end{cases}$$

**4.a** Déterminer les points singuliers (i.e.  $x' = y' = 0$ ).

**4.b** Calculer la matrice jacobienne associée à ce système en un point quelconque.

**4.c** Donner l'équation linéarisée autour des points singuliers. Que peut on dire sur leur stabilité?