Systèmes dynamiques non linéaires II.

DEUG SV 2000-2001. TD math. Semaine 8

Exercice 1 : On étudie le système déterminé par

$$\begin{cases} x' = x + y - \frac{1}{3}x^3 \\ y' = x - 3y \end{cases}$$

1.a Déterminer l'isocline de pente nulle et l'isocline de pente infini. Tracer-les dans le plan de phase.

1.b Déterminer les points singuliers.

1.c Calculer la matrice jacobienne associée à ce système en un point quelconque.

1.d Donner l'équation linéarisée autour des points singuliers. Que peut on dire sur leur stabilité ?

1.e Tracer l'allure des solutions au voisinage des points singulier dans le plan de phase.

Exercice 2 : Idem pour le système

$$\begin{cases} x' = x - xy - x^2 \\ y' = -4y + 2xy \end{cases}$$

Exercice 3 :

3.a Mêmes questions avec le système

$$\begin{cases} x' = -xy \\ y' = x - y^2 \end{cases}$$

3.b On veut comparer au système dynamique discret

$$\begin{cases} x_{n+1} = -x_n y_n \\ y_{n+1} = x_n - y_n^2 \end{cases}$$

* Déterminer les points fixes eventuelles.
* Que pouvez-vous dire quant à leur stabilité ?