Les nombres réels (1)

Précédemment dans Analyse 1 ...

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;
- C'est un ensemble totalement ordonné

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;
- C'est un ensemble totalement ordonné, *i.e.*, pour tout couple de points $x, y \in \mathbb{R}$ soit $x \leq y$, soit $y \leq x$;

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;
- C'est un ensemble totalement ordonné, *i.e.*, pour tout couple de points $x, y \in \mathbb{R}$ soit $x \leq y$, soit $y \leq x$;
- $\mathbb{R}$ est archimédien

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;
- C'est un ensemble totalement ordonné, *i.e.*, pour tout couple de points $x, y \in \mathbb{R}$ soit $x \leq y$, soit $y \leq x$;
- $\mathbb{R}$ est archimédien, *i.e.*, en additionnant suffisament de fois un nombre positif, on finira par dépasser tout les autres nombres;

Les nombres réels (1)

- Munis de l'addition et de la multiplication les nombres réels forment corps;
- C'est un ensemble totalement ordonné, *i.e.*, pour tout couple de points $x, y \in \mathbb{R}$ soit $x \leq y$, soit $y \leq x$;
- $\mathbb{R}$ est archimédien, *i.e.*, en additionnant suffisament de fois un nombre positif, on finira par dépasser tout les autres nombres;
- $\mathbb{R}$ "n'a pas de trou", on dit que $\mathbb{R}$ est complet.

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S *un sous ensemble de* $\mathbb{R}$

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$: c'est le plus petit des majorants*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$: c'est le plus petit des majorants, quand elle existe on la note $\sup S$;*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$: c'est le plus petit des majorants, quand elle existe on la note $\sup S$;*

Borne inférieure *est un élément m_i de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $m_i < y$ il existe un élément $x \in S$ tel que $m_i \leq x < y$*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$: c'est le plus petit des majorants, quand elle existe on la note $\sup S$;*

Borne inférieure *est un élément m_i de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $m_i < y$ il existe un élément $x \in S$ tel que $m_i \leq x < y$: c'est le plus grand des minorants*

Les nombres réels (2)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Majorant de S *un élément M de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $x \leq M$;*

Minorant de S *est un élément m de $\mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in S$ on ait $m \leq x$;*

Borne supérieure *est un élément M_s de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $y < M_s$ il existe un élément $x \in S$ tel que $y < x \leq M_s$: c'est le plus petit des majorants, quand elle existe on la note $\sup S$;*

Borne inférieure *est un élément m_i de $\mathbb{R}$ tel que pour $y \in \mathbb{R}$, $m_i < y$ il existe un élément $x \in S$ tel que $m_i \leq x < y$: c'est le plus grand des minorants, quand elle existe on la note $\inf S$.*

Les nombres réels (3)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Les nombres réels (3)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Maximum *Si la borne supérieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un maximum et on le note $\max S$.*

Les nombres réels (3)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Maximum *Si la borne supérieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un maximum et on le note $\max S$.*

Minimum *Si la borne inférieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un minimum et on le note $\min S$.*

Les nombres réels (3)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Maximum *Si la borne supérieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un maximum et on le note $\max S$.*

Minimum *Si la borne inférieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un minimum et on le note $\min S$.*

Théorème

1. *Tout sous-ensemble non vide et majoré de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure.*

Les nombres réels (3)

Définition

Soit S un sous ensemble de $\mathbb{R}$

Maximum *Si la borne supérieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un maximum et on le note $\max S$.*

Minimum *Si la borne inférieure existe et est un élément de S, on dit que S admet un minimum et on le note $\min S$.*

Théorème

1. *Tout sous-ensemble non vide et majoré de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure.*
2. *Tout sous-ensemble non vide et minoré de $\mathbb{R}$ admet une borne inférieure.*