Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Précédemment dans Analyse 1 ...

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b)*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY.*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY. Quand le couple (a, b) est contenu dans $\mathcal{R}$ on note $a\mathcal{R}b$*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY. Quand le couple (a, b) est contenu dans $\mathcal{R}$ on note $a\mathcal{R}b$*

Une fonction *$f : X \to Y$, est une relation $\mathcal{R}$ de XY,*

.

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY. Quand le couple (a, b) est contenu dans $\mathcal{R}$ on note $a\mathcal{R}b$*

Une fonction *$f : X \to Y$, est une relation $\mathcal{R}$ de XY, telle que pour tout élément $a \in X$ il existe un b et un seul tel que $a\mathcal{R}b$.*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY. Quand le couple (a, b) est contenu dans $\mathcal{R}$ on note $a\mathcal{R}b$*

Une fonction *$f : X \to Y$, est une relation $\mathcal{R}$ de XY, telle que pour tout élément $a \in X$ il existe un b et un seul tel que $a\mathcal{R}b$. On note alors $f(a) = b$ au lieu de $a\mathcal{R}b$.*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (1)

Définition

Soit X et Y deux sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Le Produit cartesien *de X avec Y, noté XY, est l'ensemble de couples de la forme (a, b) avec a un élément de X et b un élément de Y.*

Une relation *$\mathcal{R}$ entre X et Y, est un sous ensemble de XY. Quand le couple (a, b) est contenu dans $\mathcal{R}$ on note $a\mathcal{R}b$*

Une fonction *$f\colon X \to Y$, est une relation $\mathcal{R}$ de XY, telle que pour tout élément $a \in X$ il existe un b et un seul tel que $a\mathcal{R}b$. On note alors $f(a) = b$ au lieu de $a\mathcal{R}b$. On dit alors que b est l'image de a par f et que a est un antécédent de b par f.*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (2)

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction, U un sous-ensemble de X, et V un sous-ensemble de Y,

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (2)

Soit $f: X \to Y$ une fonction, U un sous-ensemble de X, et V un sous-ensemble de Y,

L'image de U par f est l'ensemble des valeurs prises par f sur U

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (2)

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction, U un sous-ensemble de X, et V un sous-ensemble de Y,

L'image de U par f est l'ensemble des valeurs prises par f sur U, c'est un sous-ensemble de Y noté $f(U) := \{b \in Y \mid \exists a \in U, f(a) = b\}$.

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (2)

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction, U un sous-ensemble de X, et V un sous-ensemble de Y,

L'image de U par f est l'ensemble des valeurs prises par f sur U, c'est un sous-ensemble de Y noté $f(U) := \{b \in Y \mid \exists a \in U, f(a) = b\}$.

La préimage de V par f est l'ensemble des antécédents des éléments de V

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (2)

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction, U un sous-ensemble de X, et V un sous-ensemble de Y,

L'image de U par f est l'ensemble des valeurs prises par f sur U, c'est un sous-ensemble de Y noté $f(U) := \{b \in Y \mid \exists a \in U, f(a) = b\}$.

La préimage de V par f est l'ensemble des antécédents des éléments de V, c'est un sous-ensemble de X noté $f^{-1}(V) := \{a \in x \mid f(a) \in V\}$.

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f : X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Injective *Si tout élément de Y admet au plus un antécédent*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Injective *Si tout élément de Y admet au plus un antécédent, i.e.,*

$$f(a) = f(b) \Longrightarrow a = b.$$

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Injective *Si tout élément de Y admet au plus un antécédent, i.e.,*

$$f(a) = f(b) \Longrightarrow a = b.$$

Surjective *Si tout élément de Y admet au moins un antécédent*

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Injective *Si tout élément de Y admet au plus un antécédent, i.e.,*

$$f(a) = f(b) \Longrightarrow a = b.$$

Surjective *Si tout élément de Y admet au moins un antécédent, i.e.,*

$$\forall b \in Y, \exists a \in X \text{ tel que } f(a) = b$$

Fonctions à variable réelle et à valeurs réelles (3)

Définition

Soit $f : X \to Y$ une fonction. Elle est dite

Injective *Si tout élément de Y admet au plus un antécédent, i.e.,*

$$f(a) = f(b) \Longrightarrow a = b.$$

Surjective *Si tout élément de Y admet au moins un antécédent, i.e.,*

$$\forall b \in Y, \exists a \in X \text{ tel que } f(a) = b$$

Bijective *Si elle est surjective et injective.*

Fonctions monotones

Définition

Soit $f : X \to Y$ une fonction.

Fonctions monotones

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction.

- *Elle est dite croissante, si elle preserve l'ordre de $\mathbb{R}$, i.e.,* $a \leq b \Longrightarrow f(a) \leq f(b)$.

Fonctions monotones

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ *une fonction.*

- *Elle est dite croissante, si elle preserve l'ordre de* $\mathbb{R}$*, i.e.,* $a \leq b \implies f(a) \leq f(b)$. *Elle est dite strictement croissante si en plus elle preserve les inégalités strictes, i.e.* $a < b \implies f(a) < f(b)$

Fonctions monotones

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction.

- *Elle est dite croissante, si elle preserve l'ordre de $\mathbb{R}$, i.e.,* $a \leq b \implies f(a) \leq f(b)$*. Elle est dite strictement croissante si en plus elle preserve les inégalités strictes, i.e.* $a < b \implies f(a) < f(b)$
- *Elle est dite décroissante, si elle inverse l'ordre de $\mathbb{R}$, i.e.,* $a \leq b \implies f(b) \leq f(a)$.

Fonctions monotones

Définition

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction.

- *Elle est dite croissante, si elle preserve l'ordre de $\mathbb{R}$, i.e., $a \leq b \implies f(a) \leq f(b)$. Elle est dite strictement croissante si en plus elle preserve les inégalités strictes, i.e. $a < b \implies f(a) < f(b)$*
- *Elle est dite décroissante, si elle inverse l'ordre de $\mathbb{R}$, i.e., $a \leq b \implies f(b) \leq f(a)$. Elle est dite strictement décroissante si en plus elle preserve les inégalités strictes, i.e. $a < b \implies f(b) < f(a)$*

Fonctions monotones (2)

Théorème

Soit $f: X \to Y$ une fonction.

Fonctions monotones (2)

Théorème

Soit $f : X \to Y$ une fonction.

- *Si f est strictement croissante, alors elle induit une bijection sur son image*

Fonctions monotones (2)

Théorème

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction.

- *Si f est strictement croissante, alors elle induit une bijection sur son image, autrement dit, $f\colon X \to f(X)$ est une bijection.*

Fonctions monotones (2)

Théorème

Soit $f: X \to Y$ une fonction.

- *Si f est strictement croissante, alors elle induit une bijection sur son image, autrement dit, $f: X \to f(X)$ est une bijection.*
- *Si f est strictement décroissante, alors elle induit une bijection sur son image*

Fonctions monotones (2)

Théorème

Soit $f\colon X \to Y$ une fonction.

- *Si f est strictement croissante, alors elle induit une bijection sur son image, autrement dit, $f\colon X \to f(X)$ est une bijection.*
- *Si f est strictement décroissante, alors elle induit une bijection sur son image, autrement dit, $f\colon X \to f(X)$ est une bijection.*