Limite d'une fonction

Soient S un sous-ensemble de $\mathbb{R}$, une fonction $f\colon S \to \mathbb{R}$ et a un point d'accumulation de S.

Précédemment dans Analyse 1 ...

Limite d'une fonction

Soient S un sous-ensemble de $\mathbb{R}$, une fonction $f\colon S \to \mathbb{R}$ et a un point d'accumulation de S. f admet pour limite l en a, ce que l'on note

$$\lim_{\substack{x \to a \\ x \in S}} f(x) = \lim_{a} f = l,$$

Limite d'une fonction

Soient S un sous-ensemble de $\mathbb{R}$, une fonction $f\colon S \to \mathbb{R}$ et a un point d'accumulation de S. f admet pour limite l en a, ce que l'on note

$$\lim_{\substack{x \to a \\ x \in S}} f(x) = \lim_{a} f = l,$$

si et seulement si, pour toute suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ à termes dans S convergeant vers a, on ait convergence de la suite $(f(a_n))_{n\in\mathbb{N}}$ vers l.

Fonctions continues

Définition

Soit $f\colon I \to \mathbb{R}$, I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

Fonctions continues

Définition

Soit $f\colon I \to \mathbb{R}$, I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

- *f est continue en a si et seulement si*

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a).$$

Fonctions continues

Définition

Soit $f : I \to \mathbb{R}$, I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

- *f est continue en a si et seulement si*

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

Autrement dit, si et seulement si, pour toute suite $a_n \to a$, $\forall n, a_n \in I$ on a

$$\lim_{n \to +\infty} f(a_n) = f(a).$$

Fonctions continues

Définition

Soit $f : I \to \mathbb{R}$, I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

- *f est continue en a si et seulement si*

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

Autrement dit, si et seulement si, pour toute suite $a_n \to a$, $\forall n, a_n \in I$ on a

$$\lim_{n \to +\infty} f(a_n) = f(a).$$

- *Si f est continue en tout point de I, on dit que la fonction est continue.*

Théorème des valeurs intermédiaires (TVI)

Théorème

Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $f(a) \neq f(b)$, alors pour toute valeur z strictement comprise entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in]a, b[$ tel que $f(c) = z$.

Théorème des valeurs intermédiaires (TVI)

Théorème

Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *une fonction continue telle que* $f(a) \neq f(b)$, *alors pour toute valeur* z *strictement comprise entre* $f(a)$ *et* $f(b)$, *il existe* $c \in]a, b[$ *tel que* $f(c) = z$.

Corollaire

L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle